

別紙解答用紙に解答すること。

[ 1 ] 次の  をうめよ。(1)  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$  であり,  $\frac{1}{\cos \theta} + \frac{1}{\sin \theta} = 4$  を満たすものとする。このとき,

$$\sin \theta + \cos \theta = \text{①}, \quad \sin \theta \cos \theta = \text{②}, \quad \tan \theta + \frac{1}{\tan \theta} = \text{③}$$

である。

(2) 整式  $x^{2026} + 2x^{1013} - 3x^{506}$  を  $x^2 + x + 1$  で割った余りは  ④ である。(3) 3 枚のコインを同時に投げるとき, 表がちょうど 2 枚出る確率を求めると,  ⑤ である。(4)  $\sqrt[3]{5}, \sqrt[4]{8}, \sqrt[5]{10}$  の大小を不等式を用いて表すと,  ⑥ となる。また,  $x > 0$  のとき, 方程式  $x^{\sqrt{x}} = (\sqrt{x})^x$  の解は  $x = \text{⑦}$  である。(5) 方程式  $\log_2(x-1) + \log_2(x+1) = 1 + \log_2(x+5)$  の解は  $x = \text{⑧}$  である。(6)  $\triangle ABC$  の内部の点  $P$  が, 正の数  $x$  に対して,  $x\overrightarrow{PA} + 2\overrightarrow{PB} + 3\overrightarrow{PC} = \vec{0}$  を満たしているとする。  $\triangle ABP$  と  $\triangle ABC$  の面積比が  $3:7$  であるとき,  $x$  の値は  ⑨ である。(7)  $|z - 3 + 2i| = 4$  を満たす複素数  $z$  に対して,  $|z + 4 - i|$  の最小値は  ⑩ である。(8) 関数  $f(x) = x \log x$  ( $x > 0$ ) の導関数は  ⑪ であり,  $x = \text{⑫}$  で極小値  ⑬ をとる。(9) すべての実数  $x$  に対して, 不等式  $k \cdot 4^x - 2^{x+1} + k + 3 > 0$  が成り立つような実数の定数  $k$  のとり得る値の範囲は,  ⑭ である。(10) 定積分  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x(\cos 2x - e^{-x^2}) dx$  の値は  ⑮ である。(11) 次の条件によって定められる数列  $\{a_n\}$  の一般項は  ⑯ である。

$$a_1 = \frac{1}{2}, \quad a_{n+1} = \frac{a_n}{1 + na_n}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

[ 2 ] 自然数  $x, y, z$  は  $x^2 + y^2 = z^2$  を満たすとする。このとき,  $x, y, z$  の少なくとも 1 つは 5 の倍数となることを証明せよ。

以上