| 2026 年度<br>編・転入学試験 | 学部 | システム理工学部<br>環境都市工学部<br>化学生命工学部 | 試験科目 | 数学 |
|---|---|---|---|---|

別紙解答用紙に解答すること。

[1] 次の問いに答えよ。

(1) 極限値 $\lim_{x\to 0}(1+\tan 3x)^{\frac{1}{x}}$ を求めよ.

(2) $\tan\frac{\pi}{8}$ の値を導出せよ.

(3) 関数 $f(x)=\tan^{-1}\sqrt{x+3}$ の 3 次の Maclaurin 展開は,

$$f(x)=\boxed{\phantom{xxxxxxxxxx}}+R_3$$

となる. 但し, $R_3$ は3次の剰余項である.

このとき, 右辺の $\boxed{\phantom{xx}}$ の $x$ に関する 2 次式を埋めよ.

(4) $a>0$ とするとき, 定積分 $\displaystyle\int_0^{\frac{\log(\sqrt{2}-1)}{a}}\frac{e^{ax}}{1+e^{2ax}}dx$ の値を求めよ.

(5) 広義積分 $\displaystyle\int_0^{\pi/2}\log(\cos x)dx$ の値を求めよ.

[2] 次の問いに答えよ.

(1) 行列

$$\begin{pmatrix}1 & 2 & 1\\ 2 & 1 & 1\\ 1 & 1 & 2\end{pmatrix}$$

の逆行列を求めよ.

(2) 行列式に関する等式

$$\begin{vmatrix}a & b & c & d\\ -b & a & -d & c\\ -c & d & a & -b\\ -d & -c & b & a\end{vmatrix}=(a^2+b^2+c^2+d^2)^2$$

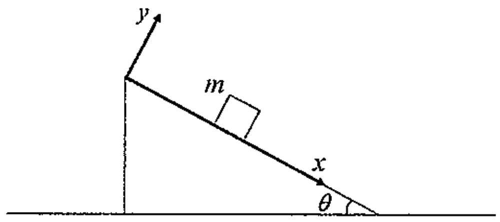
を示せ.

以 上

| 2026 年度<br>編・転入学試験 | 学部 | システム理工学部<br>環境都市工学部 | 試験科目 | 物理（100 点） |
|---|---|---|---|---|

**別紙解答用紙に解答すること。**

[I] 傾斜角$\theta$の斜面を有する三角台が水平な床に固定されている。図のように，この斜面上に質量 $m$ の物体を置いたところ，物体は滑り出した。図のように斜面に平行下向きに$x$軸，垂直に$y$軸をとる。重力加速度の大きさを$g$とし，空気抵抗の影響は無視できるものとして以下の問いに答えなさい。




(i) 斜面と物体の間の摩擦力が無視できるものとして，物体の運動方程式を記述しなさい。ただし，垂直抗力を$N$とする。

(ii) (i)の運動方程式を解き時刻$t$における物体の$x$座標$x(t)$，速度の$x$成分$v(t)$，垂直抗力$N$を求めなさい。ただし，$x(0)=0, v(0)=0$とする。

(iii) 次に，摩擦力が無視できない場合を考える。物体に働く摩擦力が速度に依らない動摩擦係数$\mu'$を用いて$\mu' N$ で表せるとして，時刻$t$における物体の$x$座標$x'(t)$と速度の$x$成分$v'(t)$を求めなさい。ただし，$x'(0)=0, v'(0)=0$とする。

(iv) 物体に摩擦力が働いている場合に，時刻 $t$ における力学的エネルギーの総和を求め，時刻$t=0$における力学的エネルギーと比較しなさい。また，それらの力学的エネルギーが異なる場合はその理由を説明しなさい。ただし，$t=0$における物体の位置を位置エネルギーの基準とすること。

[II] 重さの無視できる長さ$l$の糸の先に質量$m$のおもりを吊るした振り子がある。振り子の糸と鉛直方向のなす角(以下，振れ角と呼ぶ)が$\varphi_A$でおもりを静かに離した。ただし，$\varphi_A$は十分に小さいものとする。重力加速度の大きさを$g$とし，空気抵抗の影響は無視できるものとして以下の問いに答えなさい。

(i) 糸の張力を$T$，時刻$t$における振れ角を$\varphi(t)$として，振り子の運動の接線方向の運動方程式を記述しなさい。

(ii) $\varphi$が十分に小さい場合に成り立つ近似式 $\sin\varphi \approx \varphi$ を用いることで(i)の運動方程式を解き，時刻$t$における振れ角$\varphi(t)$を求めなさい。ただし，振れ角$\varphi_A$でおもりを離した瞬間の時刻を$t=0$ とする。

(iii) 時刻$t$における振り子の運動の接線方向の速度$v(t)$を求めなさい。

(iv) 時刻$t$における力学的エネルギーの総和を求め，力学的エネルギーが保存していることを示しなさい。ただし，おもりの最下点を位置エネルギーの基準とすること。

(v) おもりの速さの最大値$v_{max}$とその時の振れ角を求めなさい。

両面印刷

[III] 質量 $m$ の小球を鉛直上向きに初速度 $v_0$ で投げ上げた。小球には速度に比例し，運動と逆向きの抵抗力$-cv$が働く(ただし，$c > 0$)。物体を投げ上げた位置を原点として，鉛直上向きに $x$ 軸をとる。このとき，重力加速度の大きさを$g$として以下の問いに答えなさい。

(i) 小球の運動方程式を記述しなさい。

(ii) 小球を投げ上げた瞬間を $t = 0$ とし，時刻 $t$ における小球の速度 $v(t)$を求めなさい。

(iii) $v(t) = 0$ となる時刻 $t$ を求めなさい。また，$mg \gg cv_0$のとき $v(t) = 0$ となる時刻 $t$ を近似して示しなさい。

(iv) $t \to \infty$のときの速度 $v$ を求めなさい。

[IV] 真空中の $xy$ 平面上の点$(0, a)$と点$(0, -a)$に電気量 $q$ の点電荷が固定されている(ただし，$a > 0$および$q > 0$)。真空におけるクーロンの法則の比例定数を $k_0$ とし，重力の影響は無視できるものとして以下の問いに答えなさい。

(i) 点$\left(\sqrt{3}a, 0\right)$における電場の強さ $E$ と電位 $V$ を求めなさい。

(ii) 時刻 $t = 0$ のとき質量 $m$，電気量 $Q$ の点電荷を点$(0, A)$に静かに置いたところ(ただし，$Q > 0$)，点電荷 $Q$ は $y$ 軸上に沿って運動を続けた。時刻 $t$ における点電荷 $Q$ の $y$ 座標を $y(t)$として，運動方程式の $y$ 成分を記述しなさい。ただし，$0 < A < a$とする。

(iii) いま，$A \ll a$の場合を考える。このとき，$|\varepsilon| \ll 1$に対して成り立つ近似式 $(1 \pm \varepsilon)^\gamma \approx 1 \pm \gamma\varepsilon$ を用いて(ii)で求めた運動方程式を近似し解くことで，$y(t)$を求めなさい。

(iv) 点電荷 $Q$ が原点を通過する瞬間の速さを求めなさい。

以上

両面印刷