全体講評（数学）

高校までの数学を正しく学習し、暗記だけでなく自ら考えることを心掛けてきた受験生を評価することを目的として出題している。また、出題範囲については、単元・内容があまり偏ることがないように注意し、基礎力が評価できるような問題を中心にしているつもりである。実際、

・問題を見た瞬間に心理的に負担となるような問題
・過度に複雑な計算を要するような問題

は避けるようにしている。これによって受験生が問題の意味を正しく理解して、基本に忠実に論理的に考えて計算をすれば、正答に到達できるように配慮したつもりである。

理工系学部の出題に関しては、出題の基本的な考え方は文系学部と同じであるが、大学入学後に数学の力が必要となることを意識して出題しており、文系学部よりは計算力や応用力が要求されるのは当然である。例年指摘している通りであるが、文系理系にかかわらず、採点を終えて共通する注意点を以下に述べる。

（１）問題文をよく読まなかったために正答に辿り着かなかったと思われる解答がかなり見受けられた。日ごろから文章を読んだり、論理的に文章を書く訓練がなされていない印象を持った。特に、計算は正しくできているのに、問題文をよく読まなかったため答えを間違えたと思われる受験生が少なからず見受けられた。

（２）記述問題の解答では、式の羅列だけをして、答えと思われるものだけを書いて終わっている受験生が圧倒的に多く、採点者に理解させる意識が薄いと感じた。このような場合、点が与えられないと心得るべきである。

（３）関数を扱った問題でも、やはり問題文をよく読んでいないことが原因で定義域を間違えたり、無駄な計算に時間を費やして正答に至らなかったと思われる受験生が少なからずいた。

（４）括弧や、絶対値の記号を外したり式を変形したりすることに関して、小学校・中学校で身につけているべき内容がしっかりと身についていないと思われる受験生が多く見受けられた。また、積分の記号$\int\cdots dx$についてはdxまでをきっちり書かなかったり、ベクトルの実数倍$2\vec{a}$を“$\vec{a}2$”のように係数は左に書くべきであるが右側に書くなど、数学のルールをしっかり理解できていない受験生も見受けられた。

最後に、採点した立場からの印象を述べておく。数学は問題の答えだけ求めればそれでよいと、受験生の多くは思っているのではないだろうか。数学に限らず、学問を学ぶ上において、それは正しくない。数学は“言葉”であるといわれる。受験の際に、それを使いこなすということは、相手（採点者）とのコミュニケーションをとることであるから、相手が納得できる表現（解答）が出来なければ、点が与えられないことになる。そのことを心得ておく必要がある。数学の学習で大事なことの一つは、与えられた条件や仮定から、推論を一つ一つ積み重ねていって結論を導き出す一連の方法を訓練することである。本学の数学の入試問題は、特殊な記述を知らないと解けない問題はまず出題されないので、基礎力を十分身につければ対応できるはずである。基礎力が不十分、すなわち、個々の概念の理解不足や基本的な計算ができない受験生が多いのは残念である。教科書の内容をよく理解して基礎的な問題を繰り返し練習することが学習の基本である。

2025 年 度 入 学 試 験 問 題

数　学

注 意 事 項

1．試験開始の指示があるまで問題用紙を開いてはいけません。

2．解答はすべて黒鉛筆(ＨＢ)〈シャープペンシルは，ＨＢ 0.5 mm 以上の芯であれば使用可〉で別紙解答用紙所定の欄に記入してください。

3．解答用紙右端の出席票に印刷されている受験番号を確認してください。間違いがなければ氏名欄に署名し，切取線から切り離してください。

4．試験時間は 60 分です。

5．問題は 3 ページで大問 3 問です。余白は計算用紙です。

〔Ⅰ〕 a を正の定数とし，曲線 $y = x^2$ を C とおく。点 $\mathrm{P}(a,\ -3a^2)$ から C へ引いた接線のうち，傾きが正のものを ℓ とおく。次の問いに答えよ。

(1) ℓ の方程式を求めよ。

(2) C と ℓ の接点を Q とおく。Q の座標を求めよ。

(3) C と ℓ および x 軸で囲まれた図形の面積 S を求めよ。

〔Ⅱ〕 4 次方程式

$$x^4 - 10x^3 + 35x^2 - 50x + 25 = 0 \quad \cdots\cdots(*)$$

を解く。次の $\boxed{}$ をうめよ。ただし，$\boxed{①}$ 以外は数値でうめよ。

$x = 1$ は $(*)$ の解にならないので，

$$x - 1 + \frac{1}{x-1} = t \quad \cdots\cdots(**)$$

とおく。$(x-1)^2 + \left(\dfrac{1}{x-1}\right)^2$ を t を用いて表すと

$$(x-1)^2 + \left(\frac{1}{x-1}\right)^2 = \boxed{①}$$

となる。次に，

$x^4 - 10x^3 + 35x^2 - 50x + 25$

$= (x-1)^4 - \boxed{②}(x-1)^3 + \boxed{③}(x-1)^2 - \boxed{②}(x-1) + 1$

と変形できることにより，$(*)$ は t についての 2 次方程式 $\left(t - \boxed{④}\right)^2 = 0$ にかきかえられる。これを解くと $t = \boxed{④}$ となる。これを $(**)$ に代入すると $(*)$ の解は $x = \boxed{⑤}$，$\boxed{⑥}$ となる。ただし，$\boxed{⑤} < \boxed{⑥}$ とする。

数 学

〔Ⅲ〕 x, yを1でない正の実数とし

$$t = 9\log_x y + \log_y x$$

とおく。次の $\boxed{}$ をうめよ。

$t = -6$のとき, $\log_y x$の値は $\boxed{①}$ となる。また, $t = 10$のとき, $\log_y x$の値をすべて求めると $\boxed{②}$ となる。

$9\log_x y$と$\log_y x$はuについての2次方程式$u^2 - tu + \boxed{③} = 0$の解である。このことから, x, yとして1でない正の実数全体を考えたとき, tのとりうる値の範囲は$t \leqq \boxed{④}$, または, $\boxed{⑤} \leqq t$となる。$x > 1$, $y > 1$となる範囲に制限したときのtのとりうる値の範囲は $\boxed{⑥}$ である。さらに, $x > y^4$, $y > 1$となる範囲に制限したときのtのとりうる値の範囲は $\boxed{⑦}$ である。

(以上)

数学

2025 年 度 入 学 試 験 問 題

数　　学

注　意　事　項

1．試験開始の指示があるまで問題用紙を開いてはいけません。

2．解答はすべて黒鉛筆(ＨＢ)〈シャープペンシルは，ＨＢ 0.5 mm 以上の芯であれば使用可〉で別紙解答用紙所定の欄に記入してください。

3．解答用紙右端の出席票に印刷されている受験番号を確認してください。間違いがなければ氏名欄に署名し，切取線から切り離してください。

4．試験時間は 60 分です。

5．問題は 3 ページで大問 3 問です。余白は計算用紙です。

〔Ｉ〕 次の $\boxed{}$ を数値でうめよ。

$0 \leqq \theta < \pi$ とする。座標平面において，原点と点 $(\cos\theta,\ \sin\theta)$ を通る直線を ℓ とおく。点 $(2,\ 0)$ と ℓ の距離を s とおくと，

$$s^2 = \boxed{①}\sin^2\theta$$

である。

また，点 $(1,\ -3)$ と ℓ の距離を t とおくと，

$$t^2 = \sin^2\theta + \boxed{②}\sin\theta\cos\theta + \boxed{③}\cos^2\theta$$

である。よって，

$$s^2 + t^2 = \boxed{④}\sin 2\theta + \boxed{⑤}\cos 2\theta + \boxed{⑥}$$

となる。

さらに，θ が $0 \leqq \theta < \pi$ の範囲を動くとき，$s^2 + t^2$ の最小値は $\boxed{⑦}$ である。

〔Ⅱ〕 $s,\ t$ を実数とし，$0 < s < 1,\ t > 0$ とする。△OAB において，辺 OA を $(1-s) : s$ に内分する点を P とし，辺 OB を $(1+t) : t$ に外分する点を Q とする。線分 PQ と辺 AB の交点を R とする。$\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \vec{a},\ \overrightarrow{\mathrm{OB}} = \vec{b}$ とする。次の $\boxed{}$ をうめよ。

$\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ を s と $\vec{a}$ を用いて表すと $\left(\boxed{①}\right)\vec{a}$ となる。$\overrightarrow{\mathrm{OQ}}$ を t と $\vec{b}$ を用いて表すと $\left(\boxed{②}\right)\vec{b}$ となる。$\overrightarrow{\mathrm{OR}}$ を $s,\ t$ と $\vec{a},\ \vec{b}$ を用いて表すと

$$\frac{\boxed{③}}{s+t}\vec{a} + \frac{\boxed{④}}{s+t}\vec{b}$$

となる。

$\mathrm{AR} : \mathrm{RB} = 3 : 8$ となる $s,\ t$ のなかで，s が 2 以上の整数の逆数で，t が整数となるものをすべて求めると $(s,\ t) = \boxed{⑤}$ となる。

〔Ⅲ〕 次の問いに答えよ。

(1) 和

$$\sum_{k=1}^{100} \frac{1}{(3k-2)(3k+1)}$$

を求めよ。

(2) 和

$$\sum_{k=1}^{n} \left\{ \frac{1}{k(k+1)(k+2)} - \frac{1}{(k+1)(k+2)(k+3)} \right\}$$

を求めよ。

(3) 和

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)(k+2)(k+3)}$$

を S_n とおく。このとき，すべての自然数 n に対して $S_n < \frac{1}{m}$ となるような自然数 m のうち，最大のものを求めよ。

（以上）

数 学

2025 年 度 入 学 試 験 問 題

数　学

注　意　事　項

1．試験開始の指示があるまで問題用紙を開いてはいけません。

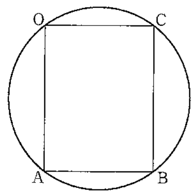
2．解答はすべて黒鉛筆（ＨＢ）〈シャープペンシルは，ＨＢ 0.5 mm 以上の芯であれば使用可〉で別紙解答用紙所定の欄に記入してください。

3．解答用紙右端の出席票に印刷されている受験番号を確認してください。間違いがなければ氏名欄に署名し，切取線から切り離してください。

4．試験時間は 60 分です。

5．問題は 3 ページで大問 3 問です。余白は計算用紙です。

〔Ⅰ〕 図のような円に内接する長方形 OABC において，辺 AB を 1 : 2 に内分する点を D とし，直線 OD と円の交点のうち，O でないものを E とする。$\mathrm{OA}=4$，$\mathrm{OC}=3$ とし，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\vec{c}$ とするとき，次の問いに答えよ。



(1) ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{OD}}$ を $\vec{a}$，$\vec{c}$ を用いて表せ。

(2) $\cos\angle\mathrm{BOD}$ の値を求めよ。

(3) ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{OE}}$ を $\vec{a}$，$\vec{c}$ を用いて表せ。

〔Ⅱ〕 $0 \leqq x < 2\pi$ において，関数

$$y=\frac{1}{3}(\sin^3 x+\cos^3 x)+\sin x\cos x(\sin x+\cos x)+\sin x\cos x-2(\sin x+\cos x)+\frac{1}{2}$$

を考える。次の $\boxed{}$ をうめよ。ただし，$\boxed{②}$，$\boxed{③}$ 以外は数値でうめよ。

$\sin x+\cos x=t$ とおくと，t のとりうる値の範囲は

$$-\boxed{①} \leqq t \leqq \boxed{①}$$

である。また，$\sin x\cos x$ を t を用いて表すと $\sin x\cos x=\boxed{②}$ となる。さらに，y を t を用いて表すと $y=\boxed{③}$ となる。

したがって，y は $t=\boxed{④}$ で最小値をとり，$t=\boxed{⑤}$ で最大値 $\boxed{⑥}$ をとる。よって，y の最大値を与える x の値は $\boxed{⑦}$ となる。

数学

〔Ⅲ〕 集合A, Bを

$$A=\{x \mid 1 \leqq x \leqq 99,\ x は3の倍数\}$$

$$B=\{x \mid 1 \leqq x \leqq 99,\ x は5の倍数\}$$

とする。次の $\boxed{}$ を数値でうめよ。

$A \cap B$は1以上99以下の $\boxed{①}$ の倍数全体の集合である。Aの要素の個数をℓとおくと，$\ell=\boxed{②}$ である。Aの要素を小さい順にa_1, a_2, ……, a_ℓとおくと，

$$\sum_{k=1}^{\ell} a_k = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots\cdots + a_\ell = \boxed{③}$$

である。

$A \cup B$の要素の個数をmとおくと，$m=\boxed{④}$ である。$A \cup B$の要素を小さい順にx_1, x_2, ……, x_mとおくと，

$$\sum_{k=1}^{m} x_k = x_1 + x_2 + x_3 + \cdots\cdots + x_m = \boxed{⑤}$$

である。また，$A \cup B$の部分集合で，2個の要素からなるものは全部で $\boxed{⑥}$ 個あり，そのうち，整数aを用いて$\{a,\ a+2\}$と表されるものは全部で $\boxed{⑦}$ 個ある。

（以上）

数学

2025 年 度 入 学 試 験 問 題

数　学

注 意 事 項

1．試験開始の指示があるまで問題用紙を開いてはいけません。

2．解答はすべて黒鉛筆(ＨＢ)〈シャープペンシルは，ＨＢ 0.5 mm 以上の芯であれば使用可〉で別紙解答用紙所定の欄に記入してください。

3．解答用紙右端の出席票に印刷されている受験番号を確認してください。間違いがなければ氏名欄に署名し，切取線から切り離してください。

4．試験時間は 60 分です。

5．問題は 3 ページで大問 3 問です。余白は計算用紙です。

〔Ⅰ〕次の $\boxed{}$ を数値でうめよ。

関数

$$f(x) = 4x^3 - 15x^2 + 12x + 1$$

は $x =$ $\boxed{\text{①}}$ のとき，極大値をとり，$x =$ $\boxed{\text{②}}$ のとき，極小値 $\boxed{\text{③}}$ をとる。

a を定数とする。t についての方程式

$$2^{3t+2} - 15 \cdot 2^{2t} + 3 \cdot 2^{t+2} + 1 = a \quad \cdots\cdots(*)$$

が 2 個の解をもつのは $\boxed{\text{④}} < a \leqq \boxed{\text{⑤}}$，または，$a =$ $\boxed{\text{⑥}}$ のときである。さらに，$a =$ $\boxed{\text{⑤}}$ のとき，$(*)$ の 2 個の解の和は $\log_2$ $\boxed{\text{⑦}}$ である。

〔Ⅱ〕$a > 0$ とする。2 つの円

$$C_1 : x^2 + y^2 = 3, \qquad C_2 : (x - 2a)^2 + (y - a)^2 = 4a^2$$

を考える。次の $\boxed{}$ をうめよ。ただし，$\boxed{\text{①}}$，$\boxed{\text{⑤}}$ 以外は数値でうめよ。

C_1 と C_2 の中心の間の距離は $\boxed{\text{①}}$ である。したがって，C_1 と C_2 が異なる 2 点で交わるような a の値の範囲は

$$\sqrt{3}\left(\boxed{\text{②}}\right) < a < \sqrt{3}\left(\boxed{\text{③}}\right)$$

である。このとき，その 2 つの交点を通る直線を ℓ とすると，ℓ の傾きは a の値によらず一定であり，その値は $\boxed{\text{④}}$ である。また，ℓ の y 軸上の切片 s を a を用いて表すと $s =$ $\boxed{\text{⑤}}$ である。s は $a =$ $\boxed{\text{⑥}}$ のとき，最小値 $\boxed{\text{⑦}}$ をとる。

〔Ⅲ〕 A，Bの2人が交互に1個のさいころを投げ，Aが出した目の和とBが出した目の和のうち先にk以上になった方が勝ちというゲームを行う。Aが最初に投げるとき，次の問いに答えよ。

(1) $k=11$とする。Aが2回さいころを投げたときにAが勝つ確率を求めよ。

(2) $k=6$とする。Bが2回さいころを投げたときに勝負がついていない確率を求めよ。

(3) $k=6$とする。Bが2回さいころを投げたときにBが勝つ確率を求めよ。

（以上）

数学

2025 年 度 入 学 試 験 問 題

数　　学

注 意 事 項

1．試験開始の指示があるまで問題用紙を開いてはいけません。

2．解答はすべて黒鉛筆(ＨＢ)〈シャープペンシルは，ＨＢ 0.5 mm 以上の芯であれば使用可〉で別紙解答用紙所定の欄に記入してください。

3．解答用紙右端の出席票に印刷されている受験番号を確認してください。間違いがなければ氏名欄に署名し，切取線から切り離してください。

4．試験時間は 60 分です。

5．問題は 3 ページで大問 3 問です。余白は計算用紙です。

〔Ⅰ〕 連立不等式

$$\begin{cases} x^2+y^2-16 \leqq 0 \\ x^2+y^2-8x-4y+16 \geqq 0 \end{cases}$$

の表す領域を D とする。次の問いに答えよ。

(1) D を解答欄の座標平面上に図示せよ。

(2) 点 $(x,\ y)$ が D 内を動くとき，$x+y$ の最大値と最小値を求めよ。

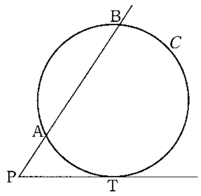
〔Ⅱ〕 次の $\boxed{}$ をうめよ。ただし，$\boxed{①}$，$\boxed{②}$ 以外は数値でうめよ。

関数 $f(x)=2x^3+3x^2-12x+2$ を微分すると $f'(x)=\boxed{①}$ である。これにより，曲線 $y=f(x)$ を C とすると，C 上の点 $(-3,\ 11)$ における接線 ℓ の方程式は $y=\boxed{②}$ となる。

また，$f(x)$ の極値を与える x の値は $\boxed{③}$，$\boxed{④}$ となる。ただし，$\boxed{③}<\boxed{④}$ とする。特に，$f(x)$ の極大値は $\boxed{⑤}$ である。

C と ℓ の共有点の x 座標は -3，$\boxed{⑥}$ である。さらに，3つの直線 ℓ，$x=1$，$x=2$ と C で囲まれた図形の面積は $\boxed{⑦}$ となる。

〔Ⅲ〕 円Cの外部の点PおよびPを通る2直線がある。一方の直線はCと2点A，Bで交わり，もう一方の直線は点TでCに接している。ただし，2線分PA，PTの長さはそれぞれ1，3である。次の $\boxed{}$ を数値でうめよ。



△ATPと△TBPは相似であることから，2線分TA，TBの長さの比TA：TBは1：$\boxed{①}$である。さらに，線分ABの長さは$\boxed{②}$である。

以下，$\angle APT = 60°$とする。このとき，$TA = \boxed{③}$であり，$\cos\angle ABT = \boxed{④}$である。さらに，$C$の半径は$\boxed{⑤}$となり，△ABTの面積は$\boxed{⑥}$となる。

（以上）

数学

2025年度入学試験問題

数　学

注意事項

1．試験開始の指示があるまで問題用紙を開いてはいけません。

2．解答はすべて黒鉛筆(ＨＢ)〈シャープペンシルは，ＨＢ 0.5 mm 以上の芯であれば使用可〉で別紙解答用紙所定の欄に記入してください。

3．解答用紙右端の出席票に印刷されている受験番号を確認してください。間違いがなければ氏名欄に署名し，切取線から切り離してください。

4．試験時間は60分です。

5．問題は3ページで大問3問です。余白は計算用紙です。

〔Ⅰ〕次の $\boxed{}$ をうめよ。ただし，$\boxed{②}$ 以外は数値でうめよ。

$\alpha = \dfrac{3+\sqrt{17}}{2}$ とし，$\beta = -\dfrac{2}{\alpha}$ とおく。β の分母を有理化すると $\beta = \boxed{①}$ となり，α，β は x についての2次方程式 $\boxed{②} = 0$ の異なる2つの実数解である。ここで，$\boxed{②}$ は α，β を含まない x の2次式とする。

一般項が

$$a_n = \frac{\alpha^n - \beta^n}{\sqrt{17}}$$

で表される数列 $\{a_n\}$ について，$a_2 = \boxed{③}$，$a_3 = \boxed{④}$ となる。また，数列 $\{a_n\}$ は漸化式

$$a_{n+2} = \boxed{⑤}\, a_{n+1} + \boxed{⑥}\, a_n \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$$

を満たす。

〔Ⅱ〕a，k は定数で，$a > 0$ とする。方程式

$$|x^2 - 2x - a^2 - 2a| = -2x + k \quad \cdots\cdots(*)$$

の異なる実数解の個数を調べる。次の $\boxed{}$ をうめよ。

2次不等式 $x^2 - 2x - a^2 - 2a \geqq 0$ の解は

$$x \leqq \boxed{①},\quad \boxed{②} \leqq x \quad \cdots\cdots(**)$$

であり，2次不等式 $x^2 - 2x - a^2 - 2a < 0$ の解は

$$\boxed{①} < x < \boxed{②} \quad \cdots\cdots(***)$$

である。

$(**)$のとき，$(*)$は $k = \boxed{③}$ と変形される。また，$(***)$のとき，$(*)$は $k = \boxed{④}$ と変形される。ただし，$\boxed{③}$，$\boxed{④}$ は x の2次式とする。

したがって，$(*)$が異なる実数解を2個もつような k の値の範囲は

$$\boxed{⑤} < k < \boxed{⑥},\quad \boxed{⑦} < k$$

である。

数学

〔Ⅲ〕 O(0, 0), A$(-2, 4)$, B$(2\sqrt{3}-1, t)$を座標平面上の3点とする。次の問いに答えよ。

(1) 内積$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}$を$t$を用いて表せ。

以下，△OABは正三角形であるとする。

(2) tの値を求めよ。

(3) 2次関数$y=ax^2+bx+c$のグラフがO, A, Bを通るとする。このとき，a, b, cの値をそれぞれ求めよ。

(4) (3)の放物線と直線OAで囲まれた図形の面積Sを求めよ。

（以上）

2025 年 度 入 学 試 験 問 題

数　　学

注　意　事　項

1．試験開始の指示があるまで問題用紙を開いてはいけません。

2．解答はすべて黒鉛筆（ＨＢ）〈シャープペンシルは，ＨＢ 0.5 mm 以上の芯であれば使用可〉で別紙解答用紙所定の欄に記入してください。

3．解答用紙右端の出席票に印刷されている受験番号を確認してください。間違いがなければ氏名欄に署名し，切取線から切り離してください。

4．試験時間は 90 分です。

5．問題は４ページで大問４問です。余白は計算用紙です。

6．解答用紙は両面になっています。

〔Ⅰ〕 a，b を正の数とする。座標平面上の曲線 $C_1 : y = x^3 + ax^2$ と曲線 $C_2 : y = bx^2 + abx$ について，次の問いに答えよ。

(1)　C_1 と C_2 が異なる３つの共有点をもつことを示せ。

(2)　C_1 と C_2 で囲まれた２つの部分の面積を S_1，S_2 とするとき，$S_1 = S_2$ となるのは $a = b$ のときのみであることを示せ。

〔Ⅱ〕 自然数 n に対して

$$k = \sqrt[3]{n + \sqrt{n^2 + 1}} + \sqrt[3]{n - \sqrt{n^2 + 1}}$$

とおく。次の問いに答えよ。

(1)　k は３次方程式 $x^3 + 3x - 2n = 0$ のただひとつの実数解であることを示せ。

(2)　$\sqrt[3]{18 + 5\sqrt{13}} + \sqrt[3]{18 - 5\sqrt{13}}$ の表す整数を求めよ。

(3)　k が整数であるような素数 n をすべて求めよ。

数学

〔Ⅲ〕 図1のような横9列，縦9行の将棋盤を考える。将棋盤では，各マスは横のアラビア数字と縦の漢数字を用いて指定される。例えば，図1の☆の位置であれば，「4三」と表現する。ここでは，この表現を(4, 3)と書き，右上スミのマスを(1, 1)として，横m列目，縦n行目が交差するマスを(m, n)と書くものとする。つまり，「4三」は$(m, n) = (4, 3)$である。

$2 \leqq m \leqq 8$，$2 \leqq n \leqq 8$のとき，マス(m, n)にある将棋の駒「銀」は，図2のように1回の操作で

(a)$(m+1, n-1)$，(b)$(m, n-1)$，(c)$(m-1, n-1)$，(d)$(m+1, n+1)$，(e)$(m-1, n+1)$

の5つのマスのうちいずれか1つを等しい確率で選んで移動する。

マス(5, 5)にある「銀」が，何回かの操作の後に移動した先のマスを(M, N)で表すとき，次の$\boxed{}$をうめよ。

2回の操作の後，「銀」が存在しうるマスの総数は$\boxed{①}$であり，そのときに「銀」がMとNが互いに素となるマスに存在している確率は$\boxed{②}$である。3回の操作の後，$N < 5$となる確率は$\boxed{③}$であり，4回の操作の後，$M = 4$となる確率は$\boxed{④}$である。さらに，4回の操作の後，コマが最初の位置に戻っている確率は$\boxed{⑤}$である。

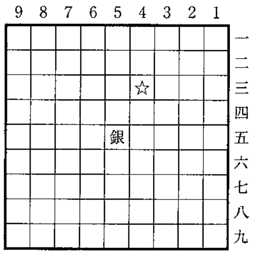


図1

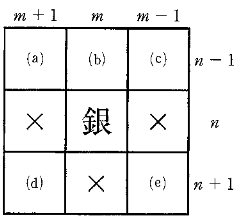


図2

〔Ⅳ〕 ベクトル$\vec{a}$，$\vec{b}$が2条件

$$5|2\vec{a}+\vec{b}| - 2|5\vec{a}+3\vec{b}| = 4, \quad -3|2\vec{a}+\vec{b}| + |5\vec{a}+3\vec{b}| = -3$$

を満たしながら変化するとき，$|\vec{a}+\vec{b}|$のとりうる値を調べる。次の$\boxed{}$をうめよ。

$2\vec{a}+\vec{b}$，$5\vec{a}+3\vec{b}$と同じ方向をもつ単位ベクトルをそれぞれ$\vec{e_1}$，$\vec{e_2}$とすれば，$2\vec{a}+\vec{b} = \boxed{①}\,\vec{e_1}$，$5\vec{a}+3\vec{b} = \boxed{②}\,\vec{e_2}$と表されるから，$\vec{a}+\vec{b}$を$\vec{e_1}$，$\vec{e_2}$を用いて表せば$\vec{a}+\vec{b} = \boxed{③}\,\vec{e_1} + \boxed{④}\,\vec{e_2}$となる。したがって，$|\vec{a}+\vec{b}|$の最小値は$\boxed{⑤}$で，最大値は$\boxed{⑥}$である。

(以上)

2025 年 度 入 学 試 験 問 題

数　　学

注　意　事　項

1．試験開始の指示があるまで問題用紙を開いてはいけません。

2．解答はすべて黒鉛筆(ＨＢ)〈シャープペンシルは，ＨＢ 0.5 mm 以上の芯であれば使用可〉で別紙解答用紙所定の欄に記入してください。

3．解答用紙右端の出席票に印刷されている受験番号を確認してください。間違いがなければ氏名欄に署名し，切取線から切り離してください。

4．試験時間は 90 分です。

5．問題は 4 ページで大問 4 問です。余白は計算用紙です。

6．解答用紙は両面になっています。

〔Ｉ〕関数

$$y = \sin^3 x + \cos^3 x - |\sin x + \cos x| \qquad (0 \leqq x \leqq \pi)$$

がある。$t = \sin x + \cos x$ とおくとき，次の問いに答えよ。

(1) y を t で表せ。

(2) t のとりうる値の範囲を求めよ。

(3) y の最大値と最小値を求めよ。

〔Ⅱ〕次の問いに答えよ。

(1) 2^{2025} は 10 進法で何桁の整数か。また，最高位の数字は何か。ただし，$\log_{10} 2 = 0.3010\cdots$，$\log_{10} 3 = 0.4771\cdots$ は用いてよい。

(2) 2^{2025} を $33 = 2^5 + 1$ で割った余りを求めよ。

〔Ⅲ〕 さいころを3回投げて，出た目に1を加えた値を順に a，b，c として，$X=\log_a b$，$Y=\log_a c$ を考える。次の $\boxed{}$ をうめよ。

(1) $X=Y$ となる確率は $\boxed{①}$ である。

(2) $X \geqq Y$ となる確率は $\boxed{②}$ である。

(3) $\dfrac{X}{Y} \leqq 2$ となる確率は $\boxed{③}$ である。

(4) $\dfrac{Y}{X}+2\dfrac{X}{Y}=3$ となる確率は $\boxed{④}$ である。

(5) $X+Y \leqq 2$ となる確率は $\boxed{⑤}$ である。

〔Ⅳ〕 ある運送会社では，2種類の荷物X，Yが，3人の作業員A，B，Cによって処理されていた。今年からAは検品のみに，Bは伝票処理のみに，Cは配達のみに専念する形へと変更し，かつ，これらの業務にかける時間はそれぞれAが1日5時間以内，Bが1日8時間以内，Cが1日7時間以内と制限された。検品・伝票処理・配達はそれぞれ順序を問わない独立の作業とし，各荷物の処理にはすべての作業を必要とする。荷物Xについては，1つあたり検品に10分，伝票処理に30分，配達に30分かかる。荷物Yについては，1つあたり検品に20分，伝票処理に20分，配達に10分かかる。

1日で処理する荷物X，Yの個数を最大にすることを考える。次の $\boxed{}$ をうめよ。

荷物Xの個数を x 個 $(x \geqq 0)$，荷物Yの個数を y 個 $(y \geqq 0)$ として，各担当の時間制限を x，y の不等式で表すと，Aに関する条件式は $\boxed{①} \leqq 5$，Bに関する条件式は $\boxed{②} \leqq 8$，Cに関する条件式は $\boxed{③} \leqq 7$ である。x，y はどちらも整数であることから，1日で処理できる荷物の個数 $x+y$ の最大値は $\boxed{④}$ であり，そのときの x，y の組合せは全部で $\boxed{⑤}$ 通りある。その中で x が最大なのは $(x,\ y)=\boxed{⑥}$ のときであり，y が最大なのは $(x,\ y)=\boxed{⑦}$ のときである。

(以上)

数 学

2025 年度入学試験問題

数　学

注意事項

1．試験開始の指示があるまで問題用紙を開いてはいけません。

2．解答はすべて黒鉛筆(ＨＢ)〈シャープペンシルは，ＨＢ 0.5 mm 以上の芯であれば使用可〉で別紙解答用紙所定の欄に記入してください。

3．解答用紙右端の出席票に印刷されている受験番号を確認してください。間違いがなければ氏名欄に署名し，切取線から切り離してください。

4．試験時間は 90 分です。

5．問題は４ページで大問４問です。余白は計算用紙です。

6．解答用紙は両面になっています。

〔Ⅰ〕平面内の直線 $y=4ax+b$ が２つの放物線

$$y=x^2-12x+21,\ y=-4x^2+8x-4$$

のいずれとも共有点の個数が０または１となるような a，b を座標とする点 $\mathrm{P}(a,\ b)$ のなす集合を D とする。

(1) D の面積を求めよ。

(2) 点 $\mathrm{P}(a,\ b)$ が D を動くとき，$b-4a^2$ のとりうる値の範囲を決定せよ。

〔Ⅱ〕n を自然数として，数列 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$ を

$$a_1=2,\ a_{n+1}=\frac{n+2}{n}a_n\quad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$$
$$b_1=8,\ b_{n+1}=b_n+2^{n+2}\quad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$$

で定める。次の問いに答えよ。

(1) 一般項 a_n，b_n を n の式で表せ。

(2) $I_n=\{x\,|\,a_n\leqq x\leqq b_n\}$ とするとき，すべての自然数 n に対して $I_n\cap I_{n+1}$ は空集合ではないことを示せ。

数学

〔Ⅲ〕 1以上100以下の自然数について，次の $\boxed{}$ をうめよ。

(1) 3で割り切れる数の個数は $\boxed{①}$ で，それらの数の総和は $\boxed{②}$ である。

(2) 3で割ると2余り，かつ，5で割ると3余る数の個数は $\boxed{③}$ である。

(3) 100と互いに素となる数の個数は $\boxed{④}$ である。

(4) 2進数にしたときの桁数が4桁または5桁となる数の個数は $\boxed{⑤}$ で，それらの数の総和は $\boxed{⑥}$ である。

〔Ⅳ〕 次の $\boxed{}$ をうめよ。

3次方程式 $x^3 - 3x^2 + px + q = 0$ の解を α, β, γ とすれば，恒等式

$$x^3 - 3x^2 + px + q = (x - \alpha)(x - \beta)(x - \gamma)$$

が成り立つから $\alpha + \beta + \gamma = \boxed{①}$，$\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = \boxed{②}$，$\alpha\beta\gamma = \boxed{③}$ である。

$$S_n = \alpha^n + \beta^n + \gamma^n \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$$

とおくとき，S_2 と S_3 を p，q の式で表せば，それぞれ $S_2 = \boxed{④}$，$S_3 = \boxed{⑤}$ となる。また，$S_2 = 21$ かつ $S_4 = 273$ のとき，$p = \boxed{⑥}$，$q = \boxed{⑦}$ であり，$(\alpha,\ \beta,\ \gamma) = \boxed{⑧}$ である。ただし，$\alpha < \beta < \gamma$ とする。

(以上)

2025 年 度 入 学 試 験 問 題

数　　　学

注　意　事　項

1．試験開始の指示があるまで問題用紙を開いてはいけません。

2．解答はすべて黒鉛筆(ＨＢ)〈シャープペンシルは，ＨＢ 0.5 mm 以上の芯であれば使用可〉で別紙解答用紙所定の欄に記入してください。

3．解答用紙右端の出席票に印刷されている受験番号を確認してください。間違いがなければ氏名欄に署名し，切取線から切り離してください。

4．試験時間は 90 分です。

5．問題は 4 ページで大問 4 問です。余白は計算用紙です。

6．解答用紙は両面になっています。

〔Ⅰ〕一辺の長さが 1 の正六角形 ABCDEF において，線分 CD を $t : 1-t$ に内分する点を M とする $(0 < t < 1)$。$\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AF} = \vec{f}$ とおくとき，次の問いに答えよ。

(1) $\overrightarrow{AC}$ と $\overrightarrow{AD}$ を $\vec{b}$, $\vec{f}$ で表せ。

(2) $\overrightarrow{AM}$ を $\vec{b}$, $\vec{f}$, t で表せ。

(3) 点 B から直線 AM へ引いた垂線と直線 AM との交点を P とする。$\overrightarrow{AP}$ を $\vec{b}$, $\vec{f}$, t で表せ。

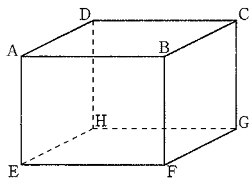
(4) (3)の P に対して AP : PM = 5 : 9 が成り立つとき，t の値を求めよ。

〔Ⅱ〕辺 AB, AD, AE の長さがそれぞれ x cm, y cm, z cm の直方体 ABCD-EFGH において，その表面積が 14 cm^2 で対角線 AG の長さが $\sqrt{11}$ cm であるとき，次の問いに答えよ。

(1) $y+z$ と yz を x を用いて表せ。

(2) (1)のとき，x のとりうる値の範囲を求めよ。

(3) 直方体 ABCD-EFGH の体積の最大値を求めよ。また，体積が最大になるときの組 $(x,\ y,\ z)$ をすべて求めよ。



〔Ⅲ〕 容器Aには濃度8％の食塩水が200 g，容器Bには濃度20％の食塩水が100 g入っている。

容器Bから食塩水を40 g取り出して容器Aに入れ，よくかき混ぜる。次に，容器Aから食塩水を40 g取り出して容器Bに入れ，よくかき混ぜる。この一連の操作をn回行った後の容器Aと容器Bの食塩水の濃度をそれぞれa_n％，b_n％とする。

次の $\boxed{}$ をうめよ。

$a_1 = \boxed{①}$，$b_1 = \boxed{②}$ であり，a_{n+1}とb_{n+1}をa_n，b_nを用いて表すと

$$a_{n+1} = \boxed{③}\, a_n + \boxed{④}\, b_n, \quad b_{n+1} = \boxed{⑤}\, a_n + \boxed{⑥}\, b_n$$

となる。したがって，$b_n - a_n < \dfrac{1}{100}$ が成り立つような最小の自然数nは$n = \boxed{⑦}$ である。

〔Ⅳ〕 kを正の定数として

$$f(x) = x^3 - 6kx^2 + 9k^2x - 3k^3$$

とおく。次の $\boxed{}$ をkの式でうめよ。

3次関数$f(x)$は$x = \boxed{①}$ のとき極大値 $\boxed{②}$ をとり，$x = \boxed{③}$ のとき極小値 $\boxed{④}$ をとる。したがって，3次方程式$f(x) = 0$は3つの異なる実数解をもつが，それらを小さい順にα，β，γとすれば，$0 < \alpha < \boxed{①} < \beta < \boxed{③} < \gamma$が成り立つ。また，恒等式$x^3 - 6kx^2 + 9k^2x - 3k^3 = (x - \alpha)(x - \beta)(x - \gamma)$が成り立つので，$\alpha + \beta + \gamma = \boxed{⑤}$，$\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = \boxed{⑥}$ である。

α，β，γを用いて，空間内に3点

$$\mathrm{A}(\alpha,\ \beta,\ \gamma),\ \mathrm{B}(\beta,\ \gamma,\ \alpha),\ \mathrm{C}(\gamma,\ \alpha,\ \beta)$$

を定めるとき，ベクトル$\overrightarrow{\mathrm{AB}}$，$\overrightarrow{\mathrm{AC}}$の内積は$\overrightarrow{\mathrm{AB}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{AC}} = \boxed{⑦}$ であり，△ABCの面積は $\boxed{⑧}$ である。

(以上)

2025 年 度 入 学 試 験 問 題

数　　学

注　意　事　項

1．試験開始の指示があるまで問題用紙を開いてはいけません。

2．解答はすべて黒鉛筆（ＨＢ）〈シャープペンシルは，ＨＢ 0.5 mm 以上の芯であれば使用可〉で別紙解答用紙所定の欄に記入してください。

3．解答用紙右端の出席票に印刷されている受験番号を確認してください。間違いがなければ氏名欄に署名し，切取線から切り離してください。

4．試験時間は 100 分です。

5．問題は 4 ページで大問 4 問です。余白は計算用紙です。

6．解答用紙は両面になっています。

〔Ⅰ〕関数 $f(x)=x^2e^{-2x}$ を考える。次の問いに答えよ。ただし，$x>0$ に対して，$e^{-2x}<\dfrac{1}{x^3}$ が成り立つことを用いてよい。

(1) $f(x)$ の第1次導関数と第2次導関数を求めよ。

(2) 曲線 $y=f(x)$ の凹凸を調べ，変曲点の x 座標を求めよ。また，この関数のグラフの概形を解答欄の座標平面上に図示せよ。

(3) $a>0$ とする。曲線 $y=f(x)$，x 軸および直線 $x=a$ とで囲まれる図形の面積を $S(a)$ とするとき，$\lim_{a\to\infty}S(a)$ を求めよ。

〔Ⅱ〕n を3以上の自然数とし，x を1以上 $(n-1)$ 以下の自然数とする。いま，赤玉 x 個，白玉 $(n-x)$ 個が入った袋の中から2個の玉を同時に取り出す試行を考える。次の $\boxed{}$ をうめよ。ただし，$\boxed{①}$ ～ $\boxed{④}$，$\boxed{⑦}$ は数値で，$\boxed{⑤}$，$\boxed{⑥}$ は n と x のうち，一方または両方を用いた式でうめよ。

(1) $n=3$，$x=1$ とするとき，取り出した玉が2個とも白玉である確率は $\boxed{①}$ である。取り出した玉のうち，少なくとも1個は赤玉である確率は $\boxed{②}$ である。

(2) $n=5$，$x=2$ とするとき，取り出した玉が2個とも白玉である確率は $\boxed{③}$ である。取り出した玉のうち，1個だけが赤玉である確率は $\boxed{④}$ である。

(3) n を4以上の自然数とする。取り出した玉が2個とも白玉である確率は $\dfrac{\boxed{⑤}}{n(n-1)}$ である。また，取り出した玉のうち，少なくとも1個は赤玉である確率が $\dfrac{1}{2}$ 以上となるための条件は，$\boxed{⑤} \leqq \boxed{⑥}$ である。

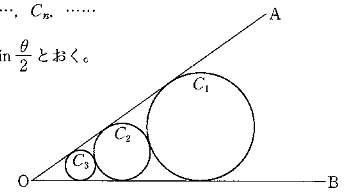
(4) $n=22$ とする。取り出した玉のうち，少なくとも1個は赤玉である確率が $\dfrac{1}{2}$ 以上であるときの x の最小値は $\boxed{⑦}$ である。

数学

〔Ⅲ〕 下の図において $\angle \mathrm{AOB}$ を θ とする。ただし，$0 < \theta < \dfrac{\pi}{2}$ である。円 C_1 は半直線 OA，OB に接し，さらに中心と点 O との距離は 1 とする。次に，円 C_2 を，図のように OA，OB および円 C_1 に接するように O 側に定める。同様に，円 C_3 を，OA，OB および円 C_2 に接するように O 側に定める。以下，この操作を繰り返して，円

$$C_4,\ C_5,\ C_6,\ \cdots\cdots,\ C_n,\ \cdots\cdots$$

を順に定めていく。また，$t = \sin\dfrac{\theta}{2}$ とおく。次の問いに答えよ。



(1) 円 C_1 の半径と円 C_2 の半径を，それぞれ t を用いて表せ。

(2) 自然数 n に対して，円 C_n の半径を n と t を用いて表せ。

(3) 円 C_n の面積を S_n としたとき，無限級数 $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ の和を t を用いて表せ。

(4) (3)で求めた無限級数の和を $S(\theta)$ とおくとき，$\displaystyle\lim_{\theta \to 0}\frac{S(\theta)}{\theta}$ を求めよ。

〔Ⅳ〕 次の $\boxed{\quad\quad}$ をうめよ。

(1) 方程式 $z^3 = -8$ のすべての解を z_1，z_2，z_3 とするとき，

$$|z_1 - z_2| + |z_2 - z_3| + |z_3 - z_1| = \boxed{\ ①\ }$$

である。

(2) 座標平面に $\triangle\mathrm{OAB}$ がある。線分 AB の延長線上に点 D を，OB が $\angle\mathrm{AOD}$ の二等分線となるようにとる。また，$\angle\mathrm{AOB} = \dfrac{\pi}{6}$，$\mathrm{OA} = 3$，$\mathrm{OB} = 2\sqrt{3}$ とする。このとき，$\overrightarrow{\mathrm{OD}}$ を $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ を用いて表すと，

$$\overrightarrow{\mathrm{OD}} = \boxed{\ ②\ }\,\overrightarrow{\mathrm{OA}} + \boxed{\ ③\ }\,\overrightarrow{\mathrm{OB}}$$

である。

(3) 関数 $f(x) = x^{x^2}\ (x > 0)$ を微分すると，$f'(x) = \left(\boxed{\ ④\ }\right)x^{x^2+1}$ となる。また，$f(x)$ の最小値は $e^{\boxed{\ ⑤\ }}$ である。

(4) 曲線 $y = 2x - (x-1)|x-1|$ のグラフを，x 軸方向に a，y 軸方向に b だけ平行移動した曲線を $y = g(x)$ とする。このとき，すべての実数 x に対して，$g(x) = -g(-x)$ が成り立つとき，$a = \boxed{\ ⑥\ }$，$b = \boxed{\ ⑦\ }$ である。

（以上）

2025 年 度 入 学 試 験 問 題

数　　学

注　意　事　項

1. 試験開始の指示があるまで問題用紙を開いてはいけません。
2. 解答はすべて黒鉛筆(ＨＢ)〈シャープペンシルは，ＨＢ 0.5 mm 以上の芯であれば使用可〉で別紙解答用紙所定の欄に記入してください。
3. 解答用紙右端の出席票に印刷されている受験番号を確認してください。間違いがなければ氏名欄に署名し，切取線から切り離してください。
4. 試験時間は 100 分です。
5. 問題は 4 ページで大問 4 問です。余白は計算用紙です。
6. 解答用紙は両面になっています。

〔Ⅰ〕 座標平面上に $x>0$ で定義される 2 つの関数 $f(x)=\dfrac{\log x}{x}$，$g(x)=\dfrac{1}{x}$ があり，曲線 $y=f(x)$ と $y=g(x)$ をそれぞれ C_1，C_2 とする。また，C_1 と C_2 の共有点の x 座標を α とする。ただし，対数は自然対数とする。以下，必要ならば $\displaystyle\lim_{x\to\infty} f(x)=0$ を用いてよい。

(1) $f(x)$ の増減を調べて，$f(x)$ の最大値を求めよ。

(2) α の値を求めよ。また，C_1 と C_2 の概形を解答欄の座標平面上に描け。

(3) $s>\alpha$ とし，直線 $x=s$ と C_1，C_2 の交点をそれぞれ P，Q とする。線分 PQ の長さの最大値とそのときの s の値を求めよ。

(4) $t>0$ とする。C_1，C_2 および直線 $x=t$ で囲まれる図形の面積が 2 となるような t の値を求めよ。

〔Ⅱ〕 図のように，次の 2 つの規則 (A)，(B) に従って自然数が並んでいる。

規則 (A)　1 行目は初項 1，公差 3 の等差数列が，初項から並んでいる。

規則 (B)　2 行目以降の行は，1 つ上の行の各数を 3 倍した数が並んでいる。

	1列目↓			
1行目→	1	4	7	……
	3	12	21	……
	9	36	63	……
	⋮	⋮	⋮	

図

また，各行に対して，左から順に 1 列目，2 列目，……とする。例えば，2 行目かつ 3 列目の数は 21 である。ℓ，m，n を自然数として，次の $\boxed{}$ をうめよ。

(1) m 行目かつ n 列目の数を m，n を用いて表すと，$\boxed{①}$ である。また，19521 は $\boxed{②}$ 行目かつ $\boxed{③}$ 列目の数である。

(2) 1 行目の数の中で 3^ℓ より小さいものの個数を ℓ を用いて表すと，$\boxed{④}$ である。また，2 行目以降も同様に考えて，図に現れる自然数で 3^ℓ より小さいものの総数を a_ℓ と表す。a_ℓ を ℓ を用いて表すと，$a_\ell=\boxed{⑤}$ である。

(3) (2) で求めた a_ℓ に対して，$\dfrac{1}{a_\ell a_{\ell+1}}=\boxed{⑥}\left(\dfrac{1}{a_\ell}-\dfrac{1}{a_{\ell+1}}\right)$ が成り立つ。また，和 $\displaystyle\sum_{k=1}^{\ell}\frac{3^k}{a_k a_{k+1}}$ を ℓ を用いて表すと，$\boxed{⑦}$ である。

〔Ⅲ〕 四面体OABCは

$$\mathrm{OA}=3,\ \mathrm{OB}=4,\ \mathrm{OC}=5,\ \angle\mathrm{AOB}=\angle\mathrm{BOC}=\angle\mathrm{COA}=60^\circ$$

を満たしている。点Aから平面OBCに垂線を引き，平面OBCとの交点をHとする。また，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\vec{c}$とする。

(1) $\vec{a}\cdot\vec{b}$，$\vec{b}\cdot\vec{c}$，$\vec{c}\cdot\vec{a}$の値をそれぞれ求めよ。

(2) $\overrightarrow{\mathrm{OH}}=p\vec{b}+q\vec{c}$（$p$，$q$は実数）と表すとき，$p$，$q$の値をそれぞれ求めよ。

(3) 線分OHの長さを求めよ。また，$\angle\mathrm{BOH}=\angle\mathrm{COH}$が成り立つことを示せ。

(4) 直線OHと辺BCの交点をMとするとき，OH：OMを求めよ。また，四面体ABCHの体積Vを求めよ。

〔Ⅳ〕 次の $\boxed{}$ をうめよ。

(1) aは正の定数とする。座標平面上で円$x^2+y^2-6ax+2ay+20a-10=0$は，aの値に関わらず定点を通り，その座標は $\boxed{①}$ である。また，この円が円$x^2+y^2=5$と外接するのは，$a=$ $\boxed{②}$ のときである。

(2) $\mathrm{AB}=10$，$\mathrm{BC}=6$，$\mathrm{CA}=8$の三角形ABCの内接円Oと，辺BC，CAとの接点をそれぞれD，Eとする。このとき，BD＝ $\boxed{③}$ である。また，線分BEと円Oとの共有点のうち，Eと異なる方をFとして，円Oの中心をMとするとき，$\cos\angle\mathrm{EMF}=$ $\boxed{④}$ である。

(3) iを虚数単位とする。$z=\dfrac{1+i}{\sqrt{3}-i}$とし，$z^n$が実数となるような最小の自然数$n$は $\boxed{⑤}$ である。また，このとき，$z^n=$ $\boxed{⑥}$ である。

(4) 極限$\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{3x^4+2}\left(1-\cos\dfrac{2}{x}\right)}{x}$は $\boxed{⑦}$ である。

また，極限$\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{3x^4+2}\left(1-\cos\dfrac{2}{x}\right)}{(2x+5)\tan\dfrac{3}{x}}$は $\boxed{⑧}$ である。

（以上）

2025 年 度 入 学 試 験 問 題

数　　学

注 意 事 項

1．試験開始の指示があるまで問題用紙を開いてはいけません。

2．解答はすべて黒鉛筆（ＨＢ）〈シャープペンシルは，ＨＢ 0.5 mm 以上の芯であれば使用可〉で別紙解答用紙所定の欄に記入してください。

3．解答用紙右端の出席票に印刷されている受験番号を確認してください。間違いがなければ氏名欄に署名し，切取線から切り離してください。

4．試験時間は 100 分です。

5．問題は４ページで大問４問です。余白は計算用紙です。

6．解答用紙は両面になっています。

〔Ｉ〕 次の問いに答えよ。

(1) 0 とは異なる複素数 $z = x + yi$ を考える。ただし，x，y は実数とし，i は虚数単位とする。$z + \dfrac{2}{z}$ が実数となるような点 $(x,\ y)$ の軌跡を解答欄の座標平面上に図示せよ。

(2) z が 0 でない実数全体を動くとき，$z + \dfrac{2}{z}$ のとりうる値の範囲を求めよ。

(3) z が，$z + \dfrac{2}{z}$ が実数となるような虚数全体を動くとき，$z + \dfrac{2}{z}$ のとりうる値の範囲を求めよ。

〔II〕 次の $\boxed{}$ をうめよ。

(1) 関数 $f(x) = \cos 2x - \cos x$ を考える。$0 \leqq x \leqq \dfrac{\pi}{2}$ における $f(x)$ の最大値は $\boxed{①}$，最小値は $\boxed{②}$ である。$0 \leqq a \leqq \dfrac{\pi}{2}$ となる a に対して，$f(a) = \boxed{②}$ を満たすとき，$\sin a = \boxed{③}$ である。さらに，定積分 $\displaystyle\int_0^a f(x)\,dx$ の値は $\boxed{④}$ である。

(2) k を定数とする。曲線

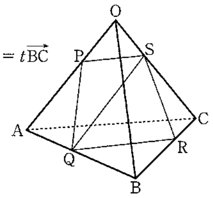
$$y = \cos 2x + k\cos x + 2 \qquad \left(0 \leqq x \leqq \frac{\pi}{2}\right)$$

と x 軸との共有点が 2 つであるような k の値の範囲は $\boxed{⑤}$ であり，共有点が 1 つであるのは，$k = \boxed{⑥}$ または $k < \boxed{⑦}$ のときである。

〔Ⅲ〕 座標空間において四面体OABCを考える。s, tを$0 < s < 1$, $0 < t < 1$となる定数とし，点P，Q，R，Sを，

$$\overrightarrow{OP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{OA},\ \overrightarrow{OS} = \frac{1}{3}\overrightarrow{OC},\ \overrightarrow{AQ} = s\overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{BR} = t\overrightarrow{BC}$$

を満たすようにとる。また，$\overrightarrow{OA} = \vec{a}$，$\overrightarrow{OB} = \vec{b}$，$\overrightarrow{OC} = \vec{c}$とおく。このとき，次の問いに答えよ。



(1) $\overrightarrow{OQ}$および$\overrightarrow{OR}$を$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$，s，tを用いて表せ。

(2) 点Pが平面QRS上にあるとき，

$$\overrightarrow{PR} = p\overrightarrow{PS} + q\overrightarrow{PQ}$$

となる実数p，qがある。このとき，p，qをsとtのうち，一方または両方を用いた式でそれぞれ表せ。さらに，$s + t$は定数であることを示し，その値を求めよ。

(3) 四面体OABCを一辺の長さ1の正四面体とする。点Oから平面ABCに下ろした垂線をOHとするとき，OHの長さを求めよ。また，4点P，Q，R，Sが同一平面上にあるとき，四面体OQBRの体積をsを用いて表せ。

〔Ⅳ〕 次の $\boxed{}$ をうめよ。

(1) $0 < a < 1$とする。このとき，不等式

$$\log_a (x^2 - 1) + \log_{\frac{1}{a}} (x + 1) > \log_a (15 - 2x)$$

の解は $\boxed{①}$ である。

(2) 定数a，bに対して，$\displaystyle\lim_{x \to \frac{\pi}{3}} \frac{a\sin x + b\cos x}{3x - \pi} = 1$を満たすとき，

$a =$ $\boxed{②}$，$b =$ $\boxed{③}$ である。

(3) pを素数とする。0より大きく1より小さい既約分数で，分母がp^2であるものの総和は $\boxed{④}$ である。

(4) iを虚数単位とする。このとき，

$$z_1 = 1,\ z_{n+1} = \frac{1}{2}(1 + \sqrt{3}\,i)z_n - \frac{1}{2}(1 + \sqrt{3}\,i) \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$$

で与えられる複素数の数列$\{z_n\}$を考える。このとき，

$$z_{n+1} - \alpha = \frac{1}{2}(1 + \sqrt{3}\,i)(z_n - \alpha) \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$$

となるαの値を求めると，$\alpha =$ $\boxed{⑤}$ である。また，$z_{2025} =$ $\boxed{⑥}$ である。ただし，$\boxed{⑤}$，$\boxed{⑥}$ はともに数値で答えよ。

(5) 1個のさいころを6回投げる試行を行う。1回目と2回目に出た目の和が6であったとき，1から6の目がそれぞれ1回ずつ出る条件付き確率は $\boxed{⑦}$ である。

(以上)