学部	システム理工学部
学科・専修・専攻	数学科
入試種別	女子特別入学試験
筆記試験科目	筆記試験（数学）
出題意図	1　高等学校での教育課程の全般的な基礎学力を有していること。特に、数学に関する基礎的な知識と技能を幅広く習得しているかを確認する。 2　社会に関心を持ち、幅広い教養と実践能力を兼ね備えた「考動力」の基盤を有しているかを確認する。また、自然科学、情報科学、社会科学における数理的側面に好奇心を持ち、じっくりと物事を考えることの高い志向性を有していることを確認する。 3　数学が好きであること、あるいは自然科学、情報科学、社会科学における数理的側面に好奇心を持ち、じっくりと物事を考えることに高い志向性を有していることを確認する。

解答または解答例等

[1]

(1) $0 < \theta < \dfrac{\pi}{2}$ であり, $\dfrac{1}{\cos\theta} + \dfrac{1}{\sin\theta} = 4$ を満たすものとする．このとき,

$$\sin\theta + \cos\theta = \boxed{\dfrac{1+\sqrt{17}}{4}}_{①},\quad \sin\theta\cos\theta = \boxed{\dfrac{1+\sqrt{17}}{16}}_{②},\quad \tan\theta + \dfrac{1}{\tan\theta} = \boxed{\sqrt{17}-1}_{③}$$

である．

(2) 整式 $x^{2026} + 2x^{1013} - 3x^{506}$ を $x^2 + x + 1$ で割った余りは $\boxed{2x+1}_{④}$ である．

(3) 3 枚のコインを同時に投げるとき，表がちょうど 2 枚出る確率を求めると, $\boxed{\dfrac{3}{8}}_{⑤}$ である．

(4) $\sqrt[3]{5}, \sqrt[4]{8}, \sqrt[6]{10}$ の大小を不等式を用いて表すと, $\boxed{\sqrt[6]{10} < \sqrt[4]{8} < \sqrt[3]{5}}_{⑥}$ となる．

また, $x > 0$ のとき, 方程式 $x^{\sqrt{x}} = (\sqrt{x})^x$ の解は $x = \boxed{1, 4}_{⑦}$ である．

(5) 方程式 $\log_2(x-1) + \log_2(x+1) = 1 + \log_2(x+5)$ の解は $x = \boxed{1+2\sqrt{3}}_{⑧}$ である．

(6) $\triangle$ABC の内部の点 P が, 正の数 x に対して, $x\overrightarrow{\mathrm{PA}} + 2\overrightarrow{\mathrm{PB}} + 3\overrightarrow{\mathrm{PC}} = \overrightarrow{0}$ を満たしているとする。$\triangle$ABP と $\triangle$ABC の面積比が $3:7$ であるとき, x の値は $\boxed{2}_{⑨}$ である．

(7) $|z - 3 + 2i| = 4$ を満たす複素数 z に対して, $|z + 4 - i|$ の最小値は $\boxed{\sqrt{58}-4}_{⑩}$ である．

(8) 関数 $f(x) = x\log x\ (x > 0)$ の導関数は $\boxed{1+\log x}_{⑪}$ であり, $x = \boxed{\dfrac{1}{e}}_{⑫}$ で極小値 $\boxed{-\dfrac{1}{e}}_{⑬}$ をとる．

(9) すべての実数 x に対して，不等式 $k\cdot 4^x - 2^{x+1} + k + 3 > 0$ が成り立つような実数 k の値の範囲は, $\boxed{k > \dfrac{-3+\sqrt{13}}{2}}_{⑭}$ である．

(10) 定積分 $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} x(\cos 2x - e^{-x^2})dx$ の値は $\boxed{\dfrac{1}{2}e^{-\frac{\pi^2}{4}} - 1}_{⑮}$ である．

(11) 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項は $\boxed{a_n = \dfrac{2}{n^2 - n + 4}}_{⑯}$ である．

$$a_1 = \frac{1}{2},\quad a_{n+1} = \frac{a_n}{1 + na_n},\quad n = 1, 2, 3, \cdots\cdots$$

[2] 5 の倍数でない自然数の 2 乗を 5 で割った余りは 1, 4 のいずれかとなることに注意する．

以下，背理法を用いる．すなわち，**x, y, z のいずれも 5 の倍数でないと仮定**する．すると，x^2, y^2, z^2 を 5 で割った余りは 1 または 4 となる．このとき，方程式 $x^2 + y^2 = z^2$ を 5 を法とする合同式で考えると，次の 3 つの場合が考えられる．

(i) $x^2 \equiv 1 \pmod 5, y^2 \equiv 1 \pmod 5$ のとき，$x^2 + y^2 \equiv 1 + 1 \equiv 2 \pmod 5$ となり，これは z^2 の余りではないため矛盾．(ii) $x^2 \equiv 1 \pmod 5, y^2 \equiv 4 \pmod 5$ のとき，$x^2 + y^2 \equiv 1 + 4 \equiv 5 \equiv 0 \pmod 5$ となり，$z^2 \equiv 0 \pmod 5$ を意味する．この場合，z は 5 の倍数となり，仮定に矛盾．(iii) $x^2 \equiv 4 \pmod 5, y^2 \equiv 4 \pmod 5$ のとき，$x^2 + y^2 \equiv 4 + 4 \equiv 8 \equiv 3 \pmod 5$ となり，これも z^2 の余りではないため矛盾．

いずれの場合も矛盾が生じるため，最初の仮定は誤りである．よって，自然数 x, y, z が $x^2 + y^2 = z^2$ を満たすならば，そのうち少なくとも一つは 5 の倍数となる．