学部	システム理工学部
学科・専修・専攻	機械工学科
入試種別	女子特別入学試験
筆記試験科目	筆記試験（総合問題）
出題意図	１　高等学校での教育課程の全般的な基礎学力を有していること。特に、数学と理科（主に、物理）に関する基礎的な知識と技能を幅広く習得しているかを確認する。 ２　社会に関心を持ち、幅広い教養と実践能力を兼ね備えた「考動力」の基盤を有しているかを確認する。 ３　知的好奇心旺盛で、「しくみづくり」に興味を持ち、修得した知識・情報・技能を「しくみづくり」を通して社会に役立てたいという意欲があるかを確認する。

解答 または 解答例 等	【1】解答例を示す. (1) 同一仕様の2機の探査機を火星周回軌道に投入し，火星の上層大気・電離圏・磁場を観測して，それらの三次元マップを作成すること. (2) 打ち上げ可能期間が極めて狭く，約 26 か月ごとに数週間程度しか打ち上げの機会が得られない点. (3) 地球と太陽の重力が等しくなる宇宙空間上の位置. 【2】解答例を示す. (1) 小球の等速円運動の半径を r とすると，$r = L\sin\theta$．向心加速度を a とすると，$a = \dfrac{v^2}{r}$．よって，求める向心力は $ma = \dfrac{mv^2}{r} = \dfrac{mv^2}{L\sin\theta}$. 糸にかかる張力の円の中心に向かう成分と小球の向心力はつりあう．すなわち，張力を T とおくと，$T\sin\theta = \dfrac{mv^2}{L\sin\theta}$ が成り立つ．したがって，求める張力は $\dfrac{mv^2}{L\sin^2\theta}$ (2) 小球にかかる垂直方向の力のつりあいを考える．糸にかかる張力の垂直成分と小球が床から受ける垂直抗力の和が小球にかかる重力とつりあう．よって，垂直抗力を N，重力加速度を g とおくと，$N + T\cos\theta = mg$ が成り立つ．したがって，求める垂直抗力は，$mg - \dfrac{mv^2\cos\theta}{L\sin^2\theta}$.

解答または解答例等

(3)　小球が床を離れる瞬間，垂直抗力は 0 になる．すなわち，$mg-\dfrac{mv_1^{\,2}\cos\theta}{L\sin^2\theta}=0$

が成り立つ．よって，$v_1=\sqrt{\dfrac{gL\sin^2\theta}{\cos\theta}}=\sin\theta\sqrt{\dfrac{gL}{\cos\theta}}$.

また、小問 (2) で示した鉛直方向のつりあいの式と $N=0$ の条件から、求める張力は　$\dfrac{mg}{\cos\theta}$

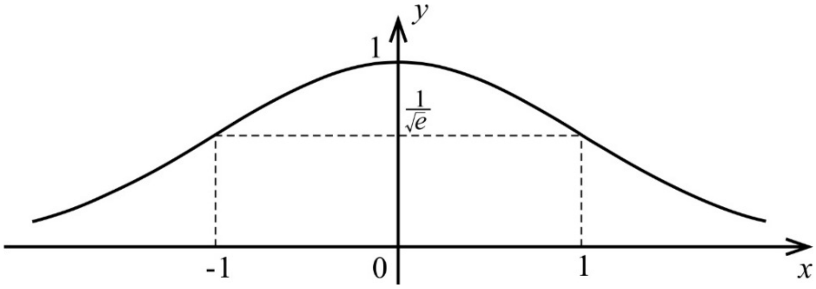
【3】解答例を示す.

(1)　$y'=-xe^{-\frac{1}{2}x^2}$ より，$x=0$ のとき $y'=0$ であり，そのとき $y=e^0=1$

$y''=-e^{-\frac{1}{2}x^2}+x^2e^{-\frac{1}{2}x^2}=\left(x^2-1\right)e^{-\frac{1}{2}x^2}$ より，　$x=\pm1$ のとき $y''=0$ であり，

そのとき $y=e^{-\frac{1}{2}}=\dfrac{1}{\sqrt{e}}$

x	$\cdots$	-1	$\cdots$	0	$\cdots$	1	$\cdots$
y'	$+$	$+$	$+$	0	$-$	$-$	$-$
y''	$+$	0	$-$	$-$	$-$	0	$+$
y	$\nearrow$	$\dfrac{1}{\sqrt{e}}$	$\nearrow$	1	$\searrow$	$\dfrac{1}{\sqrt{e}}$	$\searrow$



(2)　変曲点の座標は $\left(1,\ \dfrac{1}{\sqrt{e}}\right)$，その接線の傾きは $-e^{-\frac{1}{2}}=-\dfrac{1}{\sqrt{e}}$

接線の方程式は，$y-\dfrac{1}{\sqrt{e}}=-\dfrac{1}{\sqrt{e}}\left(x-1\right)$ より，$y=-\dfrac{1}{\sqrt{e}}x+\dfrac{2}{\sqrt{e}}$

x 軸との交点は $y=0$ より $x=2$，よって x 軸との交点の座標は　s $\left(2,\ 0\right)$

解答または解答例等

y軸との交点は$x=0$より$y=\dfrac{2}{\sqrt{e}}$，よってy軸との交点の座標は$\left(0,\ \dfrac{2}{\sqrt{e}}\right)$

(3) $\dfrac{9^{x+1}}{\sqrt{3}}-27\sqrt[3]{3}=0$

$\dfrac{9^{x+1}}{\sqrt{3}}=27\sqrt[3]{3}$

$3^{2x+2-\frac{1}{2}}=3^{3+\frac{1}{3}}$

$3^{2x+\frac{3}{2}}=3^{\frac{10}{3}}$ より，$2x+\dfrac{3}{2}=\dfrac{10}{3}$ よって，$x=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{10}{3}-\dfrac{3}{2}\right)=\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{11}{6}=\dfrac{11}{12}$

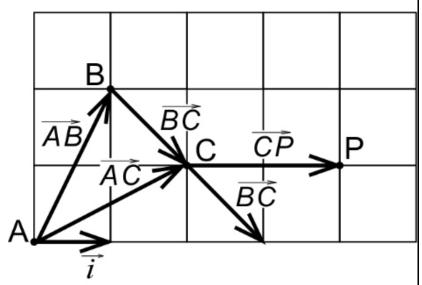
(4) $y'=\dfrac{1+\dfrac{2x}{2\sqrt{x^2+1}}}{x+\sqrt{x^2+1}}=\dfrac{\sqrt{x^2+1}+x}{\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)\sqrt{x^2+1}}=\dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}}$

(5) $\int\cos^3 x\,dx=\int\cos^2 x\cdot\cos x\,dx=\int\left(1-\sin^2 x\right)\cos x\,dx=\int\cos x\,dx-\int\sin^2 x\cdot\cos x\,dx$

$$=\int\cos x\,dx-\int t^2\,dt=\sin x-\frac{1}{3}t^3+C=\sin x-\frac{1}{3}\sin^3 x+C$$

（$t=\sin x,\ dt=\cos x\,dx$ と置換）

(6) 点Ｐへの位置ベクトルは，$\overrightarrow{p}=\overrightarrow{c}+\overrightarrow{CP}$



右横方向に１マスのベクトルを$\overrightarrow{i}$とし，$\overrightarrow{CP}=2\overrightarrow{i}$

ベクトル$\overrightarrow{i}$は右図より，$\overrightarrow{i}=\dfrac{1}{3}\left(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BC}\right)$

$\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{c}-\overrightarrow{a}$，$\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{c}-\overrightarrow{b}$ より，

$\overrightarrow{i}=\dfrac{1}{3}\left(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BC}\right)=\dfrac{1}{3}\left\{\left(\overrightarrow{c}-\overrightarrow{a}\right)+\left(\overrightarrow{c}-\overrightarrow{b}\right)\right\}=\dfrac{1}{3}\left(-\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b}+2\overrightarrow{c}\right)$

よって，$\overrightarrow{p}=\overrightarrow{c}+\overrightarrow{CP}=\overrightarrow{c}+2\overrightarrow{i}=\overrightarrow{c}+\dfrac{2}{3}\left(-\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b}+2\overrightarrow{c}\right)=-\dfrac{2}{3}\overrightarrow{a}-\dfrac{2}{3}\overrightarrow{b}+\dfrac{7}{3}\overrightarrow{c}$

従って，$\alpha=-\dfrac{2}{3}$，$\beta=-\dfrac{2}{3}$，$\gamma=\dfrac{7}{3}$