問題 5

I. 固体中の電子を考える．固体中の電子のシュレディンガー方程式は，

$$i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t} = H\Psi \qquad \text{(i)}$$

と記述できるとする．ただし，tは時間，Ψは電子の波動関数，Hは電子に対するハミルトニアン，iは虚数単位，$\hbar = h/2\pi$であり，hはプランク定数とする．以下の問に答えよ． ただし，Eは電子のエネルギーであり，$\omega = E/\hbar$，kは電子の波数（実数）とする．

(1) ハミルトニアンが$H = -A\frac{\partial^2}{\partial x^2}$と表されるとする．ただし，$A$は正の実数の定数，$x$は位置とする． 波動関数が$\Psi = Ce^{i(kx-\omega t)}$と記述できるとする．ただし，$C$は定数である．

(1-i) Eとkの間の分散関係を求めよ．

(1-ii) 固体中の電子は有効質量mを持った自由電子として表すことができる．このとき，有効質量mを求めよ．ただし，電子の運動量は$\hbar k$で与えられる．

(1-iii) 長さLの 1 次元の固体を考える．このとき，この固体中で取りうるkを求めよ．ただし，周期Lの周期的境界条件を仮定してよい．

(1-iv) 問(1-iii)の結果を用いて，1 次元の固体中でのエネルギーEにおける電子の状態密度を求めよ．

(2) ハミルトニアンが$H = -A\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)$と表されるとする．ただし，$A$は正の実数の定数，$x$, yおよびzは位置とする．波動関数が$\Psi = Ce^{i(k_x x + k_y y + k_z z - \omega t)}$と記述できるとする．ただし，$C$は定数，$k_x$，$k_y$および$k_z$はそれぞれ$x$方向，$y$方向および$z$方向の波数成分である．このとき，3 次元の固体中でのエネルギーEにおける電子の状態密度を求めよ．

(3) ハミルトニアンが$H = \begin{pmatrix} 0 & Bk \\ Bk & 0 \end{pmatrix}$と記述されると仮定する．ただし，$B$は正の実数とする．このとき，電子のシュレディンガー方程式は，

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}|\Psi\rangle = H|\Psi\rangle, \qquad \text{(ii)}$$

と記述できるとする．ただし，$|\Psi\rangle$は電子の状態ベクトルとする．

(3-i) 状態ベクトルが$\Psi = \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{pmatrix} e^{-i\omega t}$と表されるする．ただし，$\varphi_1$および$\varphi_2$は時間に依存しない値である．このとき， Eとkの間の分散関係を求めよ．

(3-ii) 電子の伝搬する速さ（$= dE/dk$）を求めよ．また，この電子と自由電子の差異について論ぜよ．

II. 図 1 に示すシリコン（Si）pn 接合に電圧Vを印加することを考える．n 型 Si および p 型 Si は均一にリン（P）およびボロン（B）が添加されており，それぞれの不純物密度をN_D，N_Aとする． 不純物のイオン化率は 100%とする．xは位置であり，n 型 Si と p 型 Si の境界を$x = 0$とする．空乏層端の位置をそれぞれ$x = -l_n$，$x = l_p$とする．また，k_Bはボルツマン定数， qは素電荷，Tは PN 接合の温度，ε_sは Si の誘電率，n_iは Si の真性キャリア密度とする．

以下の問に答えよ．ただし，Tは室温とする．

(1) $V = 0$のときの pn 接合のバンド図を示せ．ただし，フェルミ準位E_Fと真性フェルミ準位E_iを明記すること．

(2) pn 接合の内蔵電位V_{bi}を求めよ． ただし，熱平衡状態における電子密度は$n_i e^{(E_F - E_i)/kT}$，ホール密度は$n_i e^{(E_i - E_F)/kT}$と表せるとする．

(3) $V = 0$のときの空乏層内における静電ポテンシャルおよび電界の分布をl_n，l_pを使って求め、図示せよ。ただし，n 型中性領域および p 型中性領域の電界はゼロと仮定してよい．

(4) $V = 0$のときの空乏層幅$W = l_n + l_p$を内蔵電位V_{bi}を使って表せ．

(5) 順バイアス（$V > 0$）時のバンド図を示し，電流がVに対して指数関数的に増加する理由を，伝導帯中の電子のエネルギー分布を使い説明せよ．

(6) 逆バイアス（$V \ll 0$）時は，ゼロではない一定の電流が流れる．この理由を中性領域における少数キャリア分布から説明せよ．

(7) Si 中に結晶欠陥が均一に存在する場合を考える．結晶欠陥は電子とホールの生成・再結合中心となり，単位体積当たりの実効再結合速度は$\frac{np - n_i^2}{n + p + 2n_i} \cdot \frac{1}{\tau}$で与えられる．ただし，$n$は電子密度，$p$はホール密度，$\tau$はキャリア寿命である．このとき，逆バイアス印加時に流れる生成電流密度を空乏層幅Wを使って求めよ．

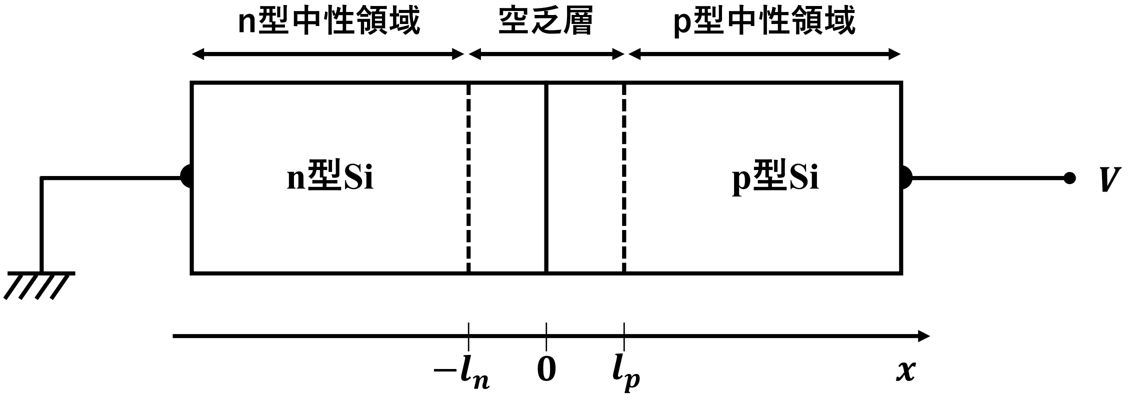

図 1