

東北大学 2023 文系第1問 / 理系第1問

赤玉 4 個と白玉 5 個の入った、中の見えない袋がある。玉はすべて、色が区別できる他には違いはないものとする。 A, B の 2 人が、 A から交互に、袋から玉を 1 個ずつ取り出すゲームを行う。ただし取り出した玉は袋の中に戻さない。 A が赤玉を取り出したら A の勝ちとし、その時点でゲームを終了する。 B が白玉を取り出したら B の勝ちとし、その時点でゲームを終了する。袋から玉がなくなったら引き分けとし、ゲームを終了する。

(1) このゲームが引き分けとなる確率を求めよ。

(2) このゲームに A が勝つ確率を求めよ。

☆まずは設定を正しく把握すること!
→ 視覚化が大事

☆確率は同じものでも違うものとみなす
→ (通りずつを同様に確からしい
ようにするため! (良問 1A2B 25/100))

(1) 引き分けになる状況は??

Aが赤を出したら 終わり)

Bが白 〃 ないので、

これを避ける。

A B A ... B A しかない!
白 赤 白 赤 白

引き分けとなるのは、Aが白を取り出し、Bが赤を取り出し、を繰り返していくときであるから、その確率は

$$\frac{\cancel{8}}{9} \times \frac{\cancel{7}}{\cancel{8}_2} \times \frac{\cancel{6}}{7} \times \frac{\cancel{5}}{\cancel{6}} \times \frac{\cancel{4}}{\cancel{5}} \times \frac{\cancel{3}}{\cancel{4}} \times \frac{\cancel{2}}{\cancel{3}} \times \frac{1}{\cancel{2}} \times \frac{1}{1}$$

$= \frac{1}{126}$ となる。

↑
分子と分母に細心の注意!!

(2) Aが勝つ状況は??

→ Aが赤を出したとき、

それまでは A:白 → B:赤を

続けるしかない。(通りずつ)

A B A B A B A
ⓐ
白 赤 ⓐ
白 赤 白 赤 ⓐ
白 赤 白 赤 白 赤 ⓐ

赤×4 なのでこれがラスト。

Aが何回目に取り出したときに勝つかで
場合分けして考える。

(i) Aが1回目に取り出したときに勝つ
確率は、 $\frac{4}{9}$ 赤

(ii) Aが2回目に取り出したときに勝つ
確率は、

$$\frac{5}{9} \times \frac{4}{8} \times \frac{3}{7} = \frac{5}{42}$$

白 赤 赤

(iii) Aが3回目に取り出したときに勝つ
確率は、

$$\frac{5}{9} \times \frac{4}{8} \times \frac{4}{7} \times \frac{3}{6} \times \frac{2}{5} = \frac{2}{63}$$

白 赤 白 赤 赤

(iv) Aが4回目に取り出したときに勝つ
確率は、

$$\frac{5}{9} \times \frac{4}{8} \times \frac{4}{7} \times \frac{3}{6} \times \frac{3}{5} \times \frac{2}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{126}$$

白 赤 白 赤 白 赤 赤

これ以降 A が勝つ取り出し方はなく、
(i) ~ (iv) の事象は排反なので、
求める確率は

$$\begin{aligned} & \frac{4}{9} + \frac{5}{42} + \frac{2}{63} + \frac{1}{126} \\ &= \frac{56 + 15 + 4 + 1}{126} \\ &= \frac{76}{126} = \frac{38}{63} \quad \text{となる。} \end{aligned}$$