

北海道大学 2022 文系第4問

箱の中に 1 文字ずつ書かれたカードが 10 枚ある。そのうち 5 枚には A 、3 枚には B 、2 枚には C と書かれている。箱から 1 枚ずつ、3 回カードを取り出す試行を考える。

- (1) カードを取り出すごとに箱に戻す場合、1 回目と 3 回目に取り出したカードの文字が一致する確率を求めよ。
- (2) 取り出したカードを箱に戻さない場合、1 回目と 3 回目に取り出したカードの文字が一致する確率を求めよ。
- (3) 取り出したカードを箱に戻さない場合、2 回目に取り出したカードの文字が C であるとき、1 回目と 3 回目に取り出したカードの文字が一致する条件付き確率を求めよ。

誘惑なく動画や公式を探せるアプリ **okke** 

★確率は、分母分子の1通りずつを
同様に確からしいものにするために
同じものでも異なるものとみなして
計算する! (良問 1A=2B 25/100)
cf. 北大2022 理④

(i) 一致する状況を考えて、
A-A, B-B, C-C の3つしかない。
→ それぞれ考えて足せばOK (排反)

(i) 1回目, 3回目にAを引く場合の数

$$5 \times 10 \times 5 = \underline{250 \text{ 通り}}$$

↑ ↑ ↗

全て区別してカウント!

(ii) 1回目, 3回目にBを引く場合の数

$$3 \times 10 \times 3 = \underline{90 \text{ 通り}}$$

(iii) 1回目, 3回目にCを引く場合の数

$$2 \times 10 \times 2 = \underline{40 \text{ 通り}}$$

以上 (i) ~ (iii) は排反なので、
求める確率は

$$\frac{250 + 90 + 40}{10 \times 10 \times 10} = \frac{380}{1000} = \frac{19}{50}$$

全事象

モレなく
ダブリなく!

<別解>

要は同様に確からしいものを考えればOK

1回目・3回目の出方の組はそれぞれ

同様に確からしいので、→ これを根元事象にする

$$\frac{5 \times 5 + 3 \times 3 + 2 \times 2}{10 \times 10} = \frac{38}{100} = \frac{19}{50}$$

(2) 同じように考えれば"いいが".
2回目に引くもので"変わってくる"
(別解あり)

(i) 1回目, 3回目にAを引く場合

(P) 2回目にAを引く場合の数

$$5 \times 4 \times \boxed{3} = \underline{60 \text{通り}}$$

(I) 2回目にA以外を引く場合の数

$$5 \times 5 \times \boxed{4} = \underline{100 \text{通り}}$$

(ii) 1回目, 3回目にBを引く場合

(P) 2回目にBを引く場合の数

$$3 \times 2 \times \boxed{1} = \underline{6 \text{通り}}$$

(I) 2回目にB以外を引く場合の数

$$3 \times 7 \times \boxed{2} = \underline{42 \text{通り}}$$

(iii) 1回目, 3回目にCを引く場合

Cは2枚のみ! 2回目は必ず"C以外!"

$$2 \times 8 \times \boxed{1} = \underline{16 \text{通り}}$$

以上 (i) ~ (iii) は排反なので、
求める確率は

$$\frac{60 + 100 + 6 + 42 + 16}{\underbrace{10 \times 9 \times 8}_{\text{全事象}}} = \frac{224}{720} = \frac{14}{45}$$

モレなく
ダブりなく!

<別解> 1 → 3 → 2回目の

"順に考えれば"場合分け不要!

$$\begin{array}{lll} A-A-\text{その他} & \rightarrow & 5 \times 4 \times 8 = 160 \\ B-B- & " & \rightarrow 3 \times 2 \times 8 = 48 \\ C-C- & " & \rightarrow 2 \times 1 \times 8 = 16 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} A-A- \\ B-B- \\ C-C- \end{array}} \right\} 224$$

★(1)と同じように根元事象を変えてもOK.

(3) 条件付き確率 → 日本語で整理!
(良問 1A2B 31/100)

「2回目がC」かつ「1回目と3回目同じ」
2回目がC

→ それぞれの場合の数を求めればOK.

分子

A - C - A	{	8通りしかないなら 全て計算しても 全方向ダイなし. ただ、ここでは 「し」を.
A - - B		
A - - C		
B - - A		
B - - B		
B - - C		
C - - A		
C - - B		

2回目がCとなる場合の数は、

$$\frac{2 \times 9 \times 8}{2 \text{回目から並べ子!} \quad 1, 3 \text{回目}} = 144 \text{通り}$$

このうち、

・ A - C - A となる場合の数は
 $5 \times 2 \times 4 = 40$ 通り

・ B - C - B "
 $3 \times 2 \times 2 = 12$ 通り

排斥

よって求める条件付き確率は

$$\frac{40 + 12}{144} = \frac{13}{36} \text{ となる。}$$

※ (2)(3)で、回目を入れかえていいのか?

→ 3枚並べ子と考え子とわかりやすい!

$\square \square \square \leftarrow$ 10枚から並べて、

↑ ↑ ↑

1回目 2回目 3回目の文字だとする、

→ 順序関係なく並べてOK.