

高校数学良問演習 31/100 場合の数・確率⑪

<基本問題> 1~3の目が黒で、4~6の目が白で塗られているサイコロがある。このサイコロを投げて白が出た場合、出た目が奇数である確率は？

<問題> 箱の中に赤玉が3個、白玉が7個入っていて、A, B, Cの3人が順に玉を引いていく（箱には戻さない）。赤玉を引くと豪華景品がもらえるとする。1人だけが景品をゲットしたとき、それがAである確率を求めよ。

<探求> 景品をゲットする確率は、引く順番によらないことを確認せよ。（つまりA, B, Cの間で、順番を決めるケンカが起こらない）

ポイント

$$\text{確率} = \frac{\text{その事象が起こる場合の数}}{\text{全ての起こりうる場合の数}} \quad \text{これだけ!}$$

★ 確率を求めるときは、同じもので違うものとして考える。

←分母分子のすべての事象を「同様に確からしい」ものにすため! 25/100を要チェック!

★ 条件付き確率 → 分母に注意!

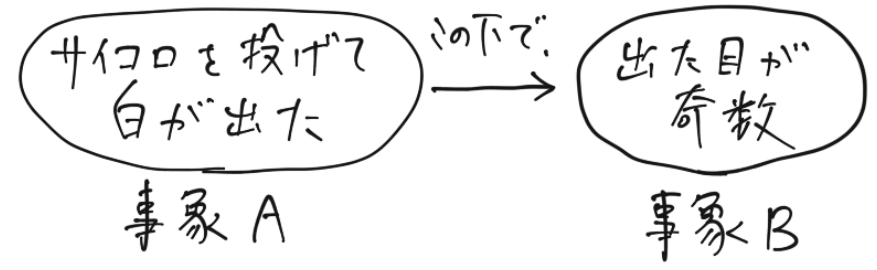
事象Aが起こった下で、事象Bが起こる確率

$$\rightarrow \frac{\text{AとBが起こる場合の数}}{\text{Aが起こる全ての場合の数}} \quad \leftarrow B \text{だけにしない!}$$

$$\neq \frac{\text{AとBが起こる場合の数}}{\text{全ての起こりうる場合の数}}$$

※ 「事象Aと事象Bが共に起こる確率」
だったら下になる!

<基本問題>



• 事象AとBがどちらも起こる場合の数
(つまり、白が出て、かつ目が奇数)
→ 1通り (5の4)

• 事象Aが起こる場合の数
(つまり白が出る) → 3通り (4~6)

よって、「サイコロを投げて白が出た(事象A)」
のことで、「出た目が奇数(事象B)」の確率は

$$\frac{\text{AとBが起こる場合の数}}{\text{Aが起こる全ての場合の数}} = \frac{1}{3} //$$

※ 分子を「Bが起こる(つまり奇数の目)」にした。
分母を「全ての起こりうる(つまり1~6)」にした。
しないように注意!

<問題>の解説

求める確率は、

1人だけがゲットという
事象も満たしている。
←

Aだけが景品をゲットする事象の場合の数 ... ①

1人だけが景品をゲットする事象の場合の数 ... ②

※ 確率の計算では、同じものも違うものともみなす!

→ 25/100 参照

①②③①②③④⑤⑥⑦ というイメージ
全て違う!

• ①について、

Aは ①②③ で3通り。

BとCは ①②③④⑤⑥⑦ がそれぞれで、

$$7 \times 6 = 42 \text{ 通り。}$$

独立な試行なので $3 \times 42 = \underline{\underline{126 \text{ 通り}}}$ 。

• ②について. (\rightarrow Aは調査完了, 残りはBとC)

(i) B 1人だけがゲットする事象の場合の数.

Bは (1)(2)(3) で3通り.

AとCは (1)(2)(3)(4)(5)(6)(7) からとるので:
 $7 \times 6 = 42$ 通り.

独立な試行なので $3 \times 42 = 126$ 通り

(ii) C 1人だけがゲットする事象の場合の数.

Cは (1)(2)(3) で3通り.

AとBは (1)(2)(3)(4)(5)(6)(7) からとるので:
 $7 \times 6 = 42$ 通り.

独立な試行なので $3 \times 42 = 126$ 通り

よって ②は $126 + 126 + 126 = 378$ 通り

よって、求める確率は $\frac{126}{378} = \frac{1}{3}$

<探求>

(1)(2)(3)(1)(2)(3)(4)(5)(6)(7)

• Aがゲットする確率は $\frac{3}{10}$ ← (1)(2)(3)
← (1)(2)(3)(1)(2)(3)(4)(5)(6)(7)

• Bがゲットする確率については. A ← B

(i) Aがゲットしているとき. $\frac{3}{10} \times \frac{2}{9} = \frac{1}{15}$
(赤は2コ残っている)
独立な試行

(ii) Aがゲットしていないとき. $\frac{7}{10} \times \frac{3}{9} = \frac{7}{30}$
(赤は3コ残っている)

(i)と(ii)は 排反な事象なので $\frac{1}{15} + \frac{7}{30} = \frac{3}{10}$
かぶらない!

• Cがゲットする確率については.

4パターン考えよう!

$$\begin{pmatrix} AD \rightarrow BO & AX \rightarrow BO \\ AD \rightarrow BX & AX \rightarrow BX \end{pmatrix}$$

(i) AもBもゲットしているとき. $\frac{3}{10} \times \frac{2}{9} \times \frac{1}{8} = \frac{1}{120}$
(赤は1コ残っている) ← A ← B ← C
独立な試行

(ii) Aはゲット. Bは外すとき. $\frac{3}{10} \times \frac{7}{9} \times \frac{2}{8} = \frac{7}{120}$
(赤は2コ残っている)

(iii) Aは外す. Bはゲットするとき. $\frac{7}{10} \times \frac{3}{9} \times \frac{2}{8} = \frac{7}{120}$
(赤は2コ残っている)

(iv) AもBも外すとき. $\frac{7}{10} \times \frac{6}{9} \times \frac{3}{8} = \frac{7}{40}$
(赤は3コ残っている)

以上 (i) ~ (iv) は排反な事象なので.

$$\frac{1}{120} + \frac{7}{120} + \frac{7}{120} + \frac{7}{40} = \frac{3}{10}$$

→ よって. AとBとCがゲットする確率は等しい。
(数学的には. 残りものに福があるとは言い切れない)

条件付き確率は. 日常生活でも使える数学の1つなので. 考え方を習得して. 賢く生きられるようにしましょう!

数学IAの良問演習計31問のラストです。必ず自分で考えて解き切れるようになるまで繰り返して下さい!

